

Extremwerte von Funktionen zweier Variabler

$f: (x,y) \rightarrow \mathbb{R}$ zweimal stetig differenzierbar,

(1) hat f an (x_0, y_0) ein relatives Extremum, so gilt $\text{grad } f((x_0, y_0)) = 0$

(2) Es sei $\text{grad } f((x_0, y_0)) = 0$

$$\text{und } \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial y} \end{pmatrix} > 0 \text{ sowie } \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial x} > 0, \text{ beides an der Stelle } (x_0, y_0),$$

dann hat f ein relatives Minimum an (x_0, y_0)

(3) Es sei $\text{grad } f((x_0, y_0)) = 0$

$$\text{und } \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial y} \end{pmatrix} > 0 \text{ sowie } \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial x} < 0, \text{ beides an der Stelle } (x_0, y_0),$$

dann hat f ein relatives Maximum an (x_0, y_0)

Literatur: Endl/Luh II Seite 226